Міністерство освіти і науки України

Львівський національний університет імені Івана Франка

**Звіт**

**з дисципліни**

**Теорія імовірності та математична статистика**

**Індивідуальне завдання №3**

Студента групи ПМІ-32

Засадного О. Р.

Львів 2013

**Постановка задачі**

Розмір оброблених на деякому верстаті деталей може бути розглянутий як випадкова величина X, розподілена за нормальним законом. Для контролю якості деталей було проведено 50 вимірювань. їх результати наведено нижче:

1,94 2,05 2,09 2,50 2,54 2,71 2,78 2,83 2,98 3,07 3,07 3,18 3,23 3,26 3,40 3,49 3,49 3,51 3,51 3,62 3,70 3,82 3,83 3,84 3,87 3,89 4,02 4,21 4,24 4,33 4,43 4,55 4,56 4,60 4,75 4,80 4,82 4,84 4,84 4,88 4,91 5,02 5,10 5,29 5,37 5,42 5,42 5,49 5,62 5,82

Провести групування даних, розбивши варіанти на 8 інтервалів.

Для згрупованого ряду побудувати гістограму частот.

Знайти вибіркове середнє, вибіркову дисперсію, варіансу та стандарт випадкової величини X.

Побудувати довірчий інтервал для математичного сподівання та дисперсії генеральної сукупності із заданим рівнем довірчої ймовірності у=0,95.

Проектний розмір деталі повинен бути рівний а=4. При рівні значущості а=0,1 перевірити твердження виробника про співпадіння розміру вироблених деталей з проектним розміром. При рівні значущості а=0,05 перевірити, чи є статистично обгрунтованими твердження виробника про рівність середньоквадратичного відхилення розміру деталі заданому значенню а0=1.

**Короткі теоретичні відомості**

**Гіпотеза про сподівання**

Нехай – вибірка з нормально розподіленої випадкової змінної , отримана в результаті незалежних спостережень , проведених в однакових умовах. Потрібно перевірити гіпотезу H0: Е.

Алгоритм перевірки гіпотези H0 за допомогою критерію Стюдента: вибираємо рівень значущості

Обчислюємо за формулою емпіричне значення статистики Стюдента попередньо визначивши середнє вибіркове та варіансу.

При та кількості ступенів вільності df = n-1 знаходимо критичне заданої статистики.

Якщо , то гіпотезу відкидаємо, у протилежному випадку приймаємо.

**Інтервал довіри для невідомого середнього**

При визначенні критичної області для гіпотези про сподівання, на підставі означення рівня значущості, одержуємо співвідношення:

Звідси,

Отже з ймовірністю випадковий інтервал: накриває невідоме сподівання а нормально розподіленої генеральної сукупності.Цей інтервал називаєть інтервалом довіри при рівні значущості .

**Гіпотеза про дисперсію**

Нехай – вибірка з нормально розподіленої випадкової змінної , отримана в результаті незалежних спостережень , проведених в однакових умовах. Потрібно перевірити гіпотезу H0: D.

Вибираємо рівень значущості Обчислюємо за формулою емпіричне значення статистики.

Якщо , то гіпотезу приймаємо, у всіх інших випадках відкидаємо.

**Довірчий інтервал для дисперсії**

При визначенні критичної області статистики , використовуючи означення рівня значущості, отримуємо таке співвідношення:

Звідси знаходимо, що .

інтервал накриває невідоме значення дисперсії генеральної сукупності.

**Програмна реалізація**

using System;

using System.Collections.Generic;

using System.IO;

using System.Linq;

using System.Windows;

using System.Windows.Controls.DataVisualization.Charting;

using Microsoft.Win32;

namespace TIMS\_ind3

{

/// <summary>

/// Interaction logic for MainWindow.xaml

/// </summary>

public partial class MainWindow : Window

{

public MainWindow()

{

InitializeComponent();

}

#region private fields

private SortedDictionary<double, int> \_inputData;

private Dictionary<string, int> \_histogramTable;

private Dictionary<double, int> \_frequencyTable;

private int \_n;

private double \_average;

private double \_variance;

private double \_standart;

private double \_dispersion;

#endregion

#region callbacks

private void readButton\_Click(object sender, RoutedEventArgs e)

{

\_inputData = new SortedDictionary<double, int>();

\_histogramTable = new Dictionary<string, int>();

\_frequencyTable = new Dictionary<double, int>();

\_n = 0;

OpenFileDialog dlg = new OpenFileDialog {DefaultExt = ".txt", Filter = "Text documents (.txt)|\*.txt"};

var result = dlg.ShowDialog();

if (result == true)

{

var filename = dlg.FileName;

using (var sr = File.OpenText(filename))

{

var line = "";

while ((line = sr.ReadLine()) != null)

{

if (line.Trim() != "")

{

var tokens = line.Split(new char[] { ' ' });

try

{

\_inputData.Add(double.Parse(tokens[0]), 1);

}

catch (ArgumentException)

{

\_inputData[double.Parse(tokens[0])]++;

}

\_n++;

}

}

}

}

Assignment();

Calculations();

Hypothesis();

}

#endregion

#region calculations

private void Assignment()

{

numberTextBlock.Text = \_n.ToString();

inputDataGrid.DataContext = \_inputData;

var scope = (\_inputData.Last().Key - \_inputData.First().Key)/8;

var from = \_inputData.Keys.First();

while (from < \_inputData.Keys.Last())

{

var to = from + scope;

var k =

\_inputData.Where(element => element.Key >= @from && element.Key <= to).Sum(element => element.Value);

\_histogramTable.Add(Math.Round(from, 3) + "-" + Math.Round(to, 3), k);

\_frequencyTable.Add(Math.Round((from + to)/2, 3), k);

from = to;

}

intervalsGrid.DataContext = \_histogramTable;

((ColumnSeries) histogramChart.Series[0]).DataContext = \_histogramTable;

}

private void Calculations()

{

\_average = 0;

foreach (var i in \_frequencyTable)

{

\_average += i.Key\*i.Value;

}

\_average /= \_n;

var dev = \_inputData.Sum(i => Math.Pow(i.Key - \_average, 2)\*i.Value);

\_variance = dev/(\_n - 1);

\_standart = Math.Sqrt(\_variance);

\_dispersion = dev/\_n;

const double criticalExpectation = 2.01;

var beginExpectation = \_average - (\_standart/Math.Sqrt(\_n))\*criticalExpectation;

var endExpectation = \_average + (\_standart/Math.Sqrt(\_n))\*criticalExpectation;

const double hiBegin = 1.434;

const double hiEnd = 0.642;

var beginDispersion = \_variance/hiBegin;

var endDispersion = \_variance/hiEnd;

outputTextBox.Text += String.Format("Вибіркове середнє: {0:0.000}", \_average) + Environment.NewLine;

outputTextBox.Text += String.Format("Вибіркова дисперсія: {0:0.000}", \_dispersion) + Environment.NewLine;

outputTextBox.Text += String.Format("Варіанса: {0:0.000}", \_variance) + Environment.NewLine;

outputTextBox.Text += String.Format("Стандарт: {0:0.000}", \_standart) + Environment.NewLine;

outputTextBox.Text += String.Format("Стандарт: {0:0.000}", \_standart) + Environment.NewLine;

outputTextBox.Text += String.Format(

"Довірчий інтервал для математичного сподівання: ({0:0.000} ; {1:0.000})"

, beginExpectation, endExpectation) + Environment.NewLine;

outputTextBox.Text += String.Format("Довірчий інтервал для дисперсії: ({0:0.000} ; {1:0.000})"

, beginDispersion, endDispersion) + Environment.NewLine;

}

private void Hypothesis()

{

const double a = 4.0;

const double criticalExpectation = 1.675;

var empiricalExpectation = ((a - \_average)/\_standart)\*Math.Sqrt(\_n);

outputTextBox.Text += "Гіпотеза про те, що проектний розмір а=4 співпадає " +

"з виробленими при рівні значущості 0,1" + Environment.NewLine;

outputTextBox.Text += empiricalExpectation < criticalExpectation

? "Приймається" + Environment.NewLine

: "Не приймається" + Environment.NewLine;

const double o = 1.0;

const double hiBegin = 0.642;

const double hiEnd = 1.434;

var empiricalT = \_variance/o;

outputTextBox.Text += "Твердження про рівність середньоквадратичного відхиоення" +

"розміру деталі заданому значенню o=1, при рівні значущості 0,05" +

Environment.NewLine;

outputTextBox.Text += (empiricalT > hiBegin && empiricalT < hiEnd)

? "Приймається" + Environment.NewLine

: "Не приймається" + Environment.NewLine;

}

#endregion

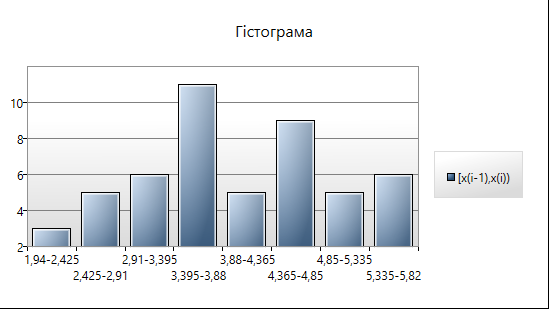
}

}

**Результати**

На основі вхідних даних групуємо їх у 8 інтервалів і подуємо гістограму частот:





Знаходимо:

Вибіркове середнє: 3,996

Вибіркова дисперсія: 1,023

Варіанса: 1,043

Стандарт: 1,022

Будуємо довірчі інтервали для математичного сподівання і дисперсії за описаними вище формулами:

Довірчий інтервал для математичного сподівання: (3,706 ; 4,287)

Довірчий інтервал для дисперсії: (0,728 ; 1,625)

Знаходимо емпіричні значення статистики Стюдента і статистики . Перевіряємо гіпотези зі заданими рівнями значущості:

Гіпотеза про те, що проектний розмір а=4 співпадає з виробленими при рівні значущості 0,1

Приймається

Твердження про рівність середньоквадратичного відхиоеннярозміру деталі заданому значенню o=1, при рівні значущості 0,05

Приймається

**Висновки**

Перевірка гіпотез про параметри нормального розподілу є досить зручним способом для опрацювання даних. Завдяки описаній методиці можемо знайти інтервали довіри для математичного сподівання і дисперсії, а також перевірити гіпотези про значення математичного сподівання і дисперсії.